

# MÉTHODE DE LA FLÈCHE MÉTHODE DE LA SOURCE DES CONTRAINTES RESIDUELLES

**A. Niku-Lari**

*CETIM, France*

## ABSTRACT

Two methods are presented

The first one, the so-called bending deflection method is a measurement procedure which machining away successive layers of metal. Its simplicity of use and its numerous potential applications in industry, make it a valuable procedure for the engineer. Its sensitivity allows the perfect determination of the stress gradient change under the influence of minor modification in treatment conditions.

The second one, the so-called stress source method, implies modeling of the residual stress formation phenomena. For the case of shot-peening, the model developed at CETIM gave way to simple formulas for the calculation of the maximum stress and the surface stresses with good approximation. Basing upon these formulas, charts have been drawn for the shot-peening, which allow the direct determination of these stresses when the two following parameters have been measured :

- deflection of specimen after shot-peening,
- depth of plastically deformed layer of metal.

## KEYWORDS

Residual stress, shot-peening, step by step etching, stress source, plastic deformation, prediction of residual stresses.

## RESUME

Deux méthodes sont présentées.

La première, dite "méthode de la flèche" est une méthode expérimentale de mesure par enlèvement de couches successives. Sa simplicité de mise en oeuvre et ses nombreuses applications industrielles en font un outil de choix pour l'ingénieur. Sa relative sensibilité permet de caractériser parfaitement l'évolution de la répartition des contraintes lorsque les paramètres de traitement se modifient légèrement.

La seconde, dite "méthode de la source de contraintes", résulte d'une modélisation du mécanisme de création des contraintes résiduelles.

Dans le cas du grenailage, le modèle mis au point au CETIM a permis d'établir des formules simples donnant la valeur de la contrainte maximale et de la contrainte à la surface avec une très bonne approximation. A partir de ces formules, et toujours dans le cas du grenailage, des abaques ont été tracés qui permettent de connaître directement ces valeurs à partir de la simple mesure des seuls paramètres :

- flèches de l'éprouvette après grenailage,
- profondeur de métal plastifié.

#### METHODE DE MESURE DES CONTRAINTES RESIDUELLES PAR ENLEVEMENT DE COUCHES SUCCESSIVES

##### Principe de la méthode

La méthode développée au CETIM est une méthode de mesure par enlèvement de couches successives sur pièces planes. Le principe en est simple : une pièce plane qui contient des contraintes résiduelles se déforme de manière à maintenir l'équilibre statique des moments et des forces internes. Sur une éprouvette parallépipédique de faible épaisseur, cette déformation est représentée par la flèche, visible que prend l'éprouvette en absence de tout effort extérieur. Cette flèche  $f$  est, bien sûr, fonction de la nature et de la grandeur des contraintes résiduelles en cause dont la répartition dans l'épaisseur du matériau peut être caractérisée par une fonction  $\sigma(e)$ ,  $e$  étant la cote de la couche considérée par rapport à la surface de la pièce (figure 1a)

Si, par usinage chimique, on enlève progressivement des couches de matériau dans lesquelles existaient des contraintes résiduelles, on bouleverse du même coup l'équilibre des efforts et moments internes. Pour rétablir cet équilibre, la pièce devra donc se déformer. La variation de flèche  $df$  produite par l'enlèvement d'une couche d'épaisseur de (fig. 1b) peut être reliée à la contrainte superficielle  $\sigma_e(e)$  existant dans la couche enlevée par la relation

$$\sigma_e(e) = - \frac{4}{3} \frac{Ee^2}{I^2} \frac{df}{de} \quad (1)$$

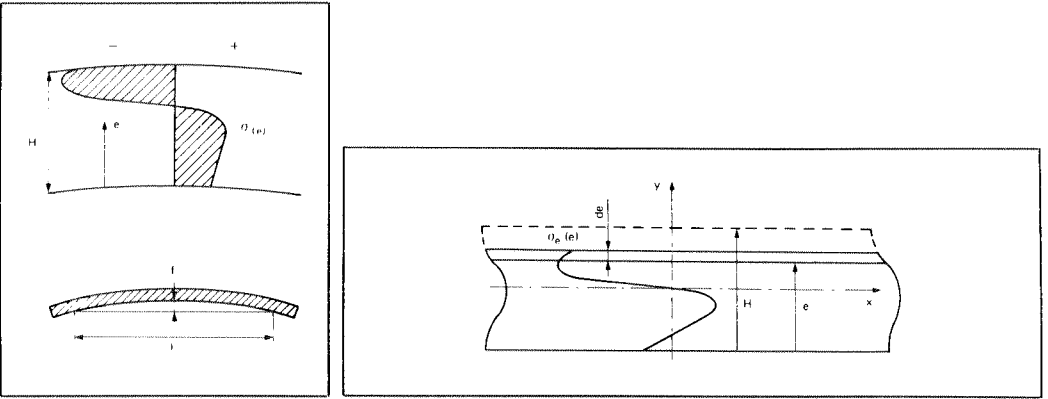


Fig. 1 Notions a

b

Avant usinage chimique, l'éprouvette d'épaisseur  $H$  présentait une flèche  $f_H$  (fig. 2). Lorsque l'éprouvette est usinée jusqu'à la couche correspondant à une épaisseur de l'éprouvette  $e$ , la flèche a une valeur  $f_e$ . De façon générale, elle est donc représentée par une fonction  $f(e)$  dont on peut relever la valeur point par point après chaque enlèvement de couche à l'aide d'un simple comparateur.

Un calcul classique permet alors de relier cette fonction  $f(e)$  à la valeur des contraintes résiduelles  $\sigma(e)$  qui existaient dans la pièce avant enlèvement des couches :

$$\sigma(e) = -4 \frac{Ee^2}{3l^2} \frac{df}{de} + \frac{8-Ee}{l^2} (f_H - f_e) + \frac{8-E}{3l^2} \int_H^e e' df \quad (2) *$$

La mise en oeuvre expérimentale de cette méthode est très simple puisqu'elle ne nécessite qu'un appareillage de mesure de l'épaisseur et de la flèche présentée par l'éprouvette. Des comparateurs au 1/100e de mm suffisent pour obtenir des valeurs précises de la fonction  $f(e)$ . Pour obtenir une bonne sensibilité au cours des mesures, il est nécessaire de choisir correctement l'épaisseur et la longueur de l'éprouvette de manière à ce que chaque enlèvement d'une couche de métal de quelques centièmes de mm d'épaisseur produise une variation de flèche parfaitement mesurable. La formule (1) permet d'ailleurs de déterminer les valeurs optimales des dimensions de l'éprouvette.

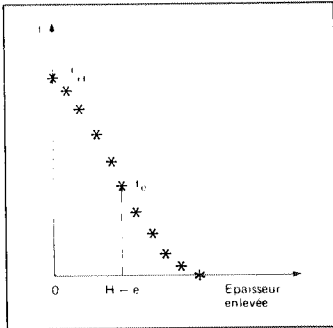


Fig. 2 Variation de flèche au cours de l'usinage chimique.

Usinage	Matériau	Composition de l'électrolyte	Température
Chimique	Aluminium et alliages d'aluminium	10-15 % NaOH	20-40 °C
	Autres alliages et métaux non ferreux	25-30 % NaOH	20-40 °C
	Aciers au carbone Aciers faiblement alliés	18-20 % H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> ou HNO <sub>3</sub>	20-40 °C
	Métaux ferreux	a) 35-40 % NaHSO <sub>4</sub> b) 8-10 % HCl	20-40 °C 15-25 °C
	Aciers inoxydables et aciers spéciaux fortement alliés	a) 15-20 % HNO <sub>3</sub> 20-25 % NaOH b) 35-40 % HNO <sub>3</sub> 28-35 % HCl	15-25 °C 18-25 °C

Tableau 1

La dissolution chimique est elle aussi très simple. Il suffit de protéger l'une des faces de l'éprouvette (en général la face la moins précontrainte) pour que la dissolution des couches n'intéresse qu'une seule face de l'éprouvette. L'épaisseur de matériau enlevé dépend bien sûr de la nature du matériau, de la nature et de la concentration du réactif et du temps de maintien dans le bain. Au CETIM, les bains suivants ont été utilisés :

- aciers : solution de 25 à 50 % d'acide nitrique,
- alliages d'aluminium : solution à 20 g/l de soude, chauffée à 50° C,
- aciers inoxydables : eau régale, chauffée à 40° C.

Le tableau 1 donne des indications pour d'autres métaux.

Le calcul des contraintes résiduelles est effectué à l'aide de la relation (2) par ordinateur après lissage de la courbe de variation de flèche par la méthode des moindres carrés.

\* La formule (2) ne concerne que les contraintes résiduelles longitudinales, ce qui est justifié lorsque l'éprouvette de mesure choisie présente une longueur très supérieure à sa largeur. En toute rigueur il serait nécessaire, même dans le cas d'éprouvettes plus longues que larges, de tenir compte, au cours des mesures, de l'état de contraintes biaxial ou triaxial.

Un programme de calcul supplémentaire a été mis au point, qui permet le calcul de la répartition de contraintes résiduelles dans une pièce épaisse à partir de la mesure effectuée sur une pièce mince. Son intérêt est évident car il rend possible la détermination de l'évolution des contraintes résiduelles dans une pièce massive ou très épaisse à partir d'une mesure très précise sur une pièce mince ayant subi le même traitement de précontrainte. Des précautions sont, bien sûr, à prendre pour que l'éprouvette mince soit parfaitement représentative des phénomènes qui se déroulent dans les pièces massives lors de la création des contraintes résiduelles. La figure 3 donne un des résultats obtenus dans le cas d'une éprouvette grenaillée. La mesure a été effectuée sur une éprouvette de 1,3 mm d'épaisseur et l'ordinateur a effectué le tracé des contraintes résiduelles pour l'éprouvette de mesure et pour des pièces plus épaisses (3 et 20 mm), qui auraient subi le même grenailage.

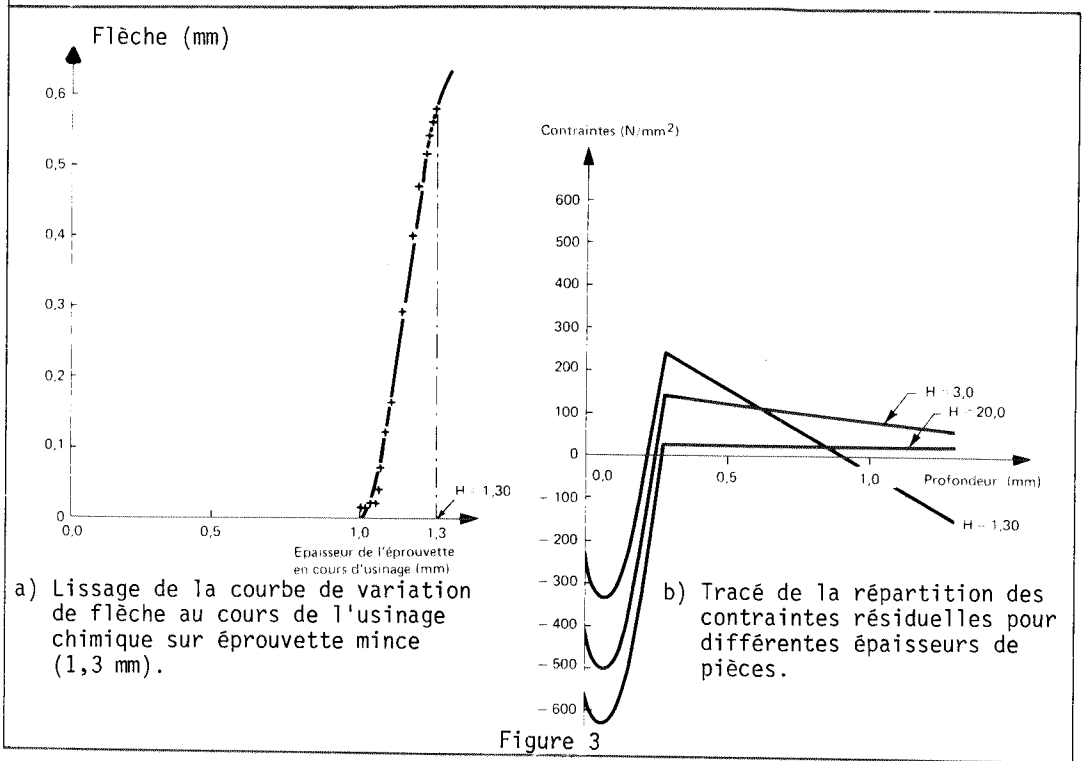


Figure 3

Cette méthode de mesure est utilisable pour de nombreux types de contraintes résiduelles. Elle est particulièrement simple à mettre en oeuvre dans le cas de traitements superficiels pour lesquels une faible couche de matériau a été perturbée. On trouvera ci-après des résultats obtenus sur des pièces grenailées.

#### Mesures de contraintes résiduelles produites par grenailage

Dans le cas du grenailage de précontrainte, les éprouvettes de mesure des contraintes résiduelles, ont la même géométrie que les éprouvettes Almen utilisées pour contrôler l'opération de grenailage (dimension 70 x 19 x 1,3 mm).

La couche précontrainte est de faible épaisseur, en général comprise entre 1 et 6/10 suivant l'intensité du grenailage ou le matériau grenailé. Il n'est donc nécessaire de dissoudre que cette couche de faible épaisseur. Lorsqu'on atteint le matériau non plastifié par la projection des grenailles, l'éprouvette présente une flèche nulle (voir fig. 3). La méthode est suffisamment précise pour mettre en évidence l'influence des divers paramètres de grenailage (matériau, grenaille, vitesse de projection, temps de grenailage...).

La mesure des contraintes résiduelles est particulièrement intéressante dans le cas du grenailage de précontrainte car elle caractérise parfaitement le résultat de l'opération sur le matériau. Le contrôle de l'intensité Almen qui est habituellement utilisé dans l'industrie ne permet pas une aussi bonne connaissance du phénomène. On sait en effet que des intensités de grenailage (intensité Almen) identiques, obtenues avec des paramètres de grenailage différents, peuvent produire un écrouissage superficiel, une profondeur précontrainte, des valeurs de contraintes résiduelles différents. La méthode mise au point au CETIM se révèle donc être un outil de contrôle plus puissant que la seule jauge Almen.

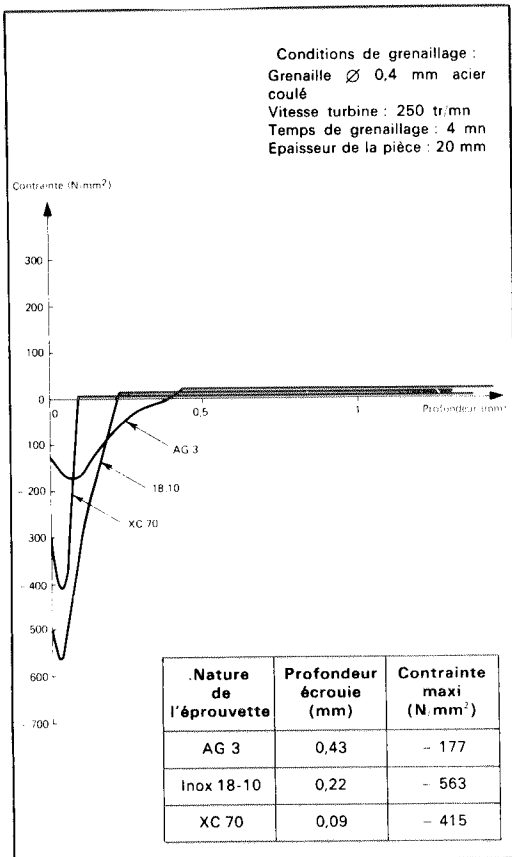


Fig. 4 Influence du matériau de la pièce sur la répartition des contraintes résiduelles de grenailage.

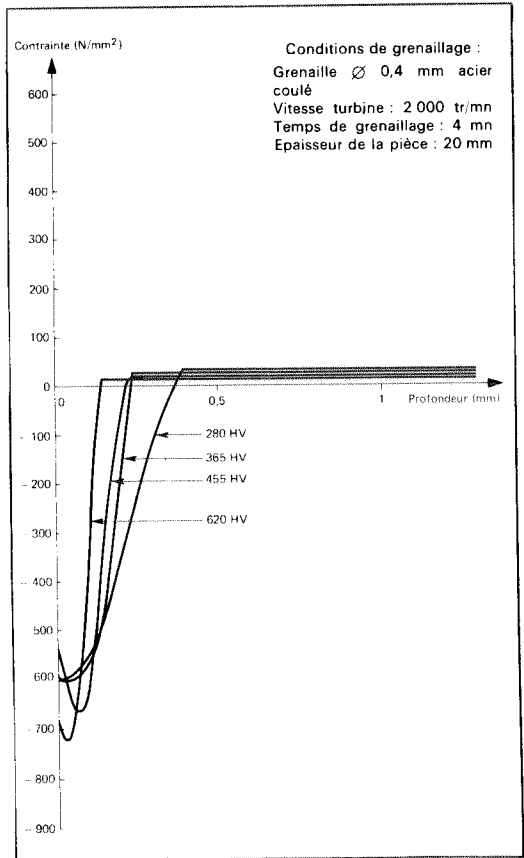


Fig. 5 Influence de la dureté de la pièce sur la répartition de contraintes résiduelles de grenailage.

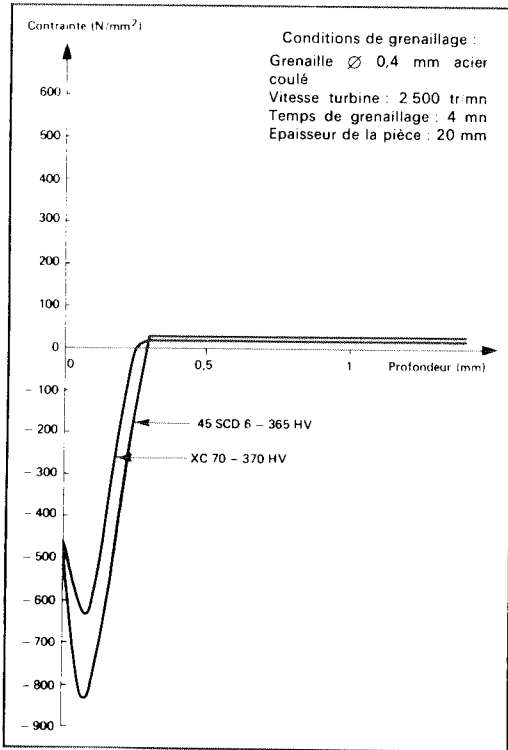


Fig. 6 Répartition des contraintes résiduelles obtenues sur 2 éprouvettes de matériaux différents, de duretés sensiblement égales et grenillées dans les mêmes conditions.

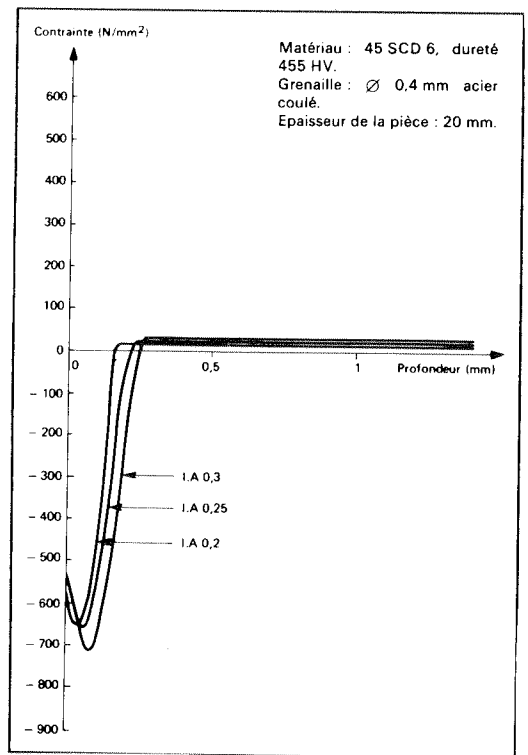


Fig. 7 Influence de l'intensité Almen sur la répartition des contraintes résiduelles introduites par grenailage. (I.A. = Intensité Almen)

Les figures 4 à 7 donnent quelques résultats obtenus en utilisant cette méthode. Les contraintes résiduelles ont été calculées comme indiqué ci-dessus pour une pièce d'épaisseur 20 mm. On notera :

- Influence du matériau (Fig. 4) : Une même condition de grenailage engendre différentes répartitions de contraintes résiduelles en fonction du métal.
- Influence de la dureté d'un matériau (fig. 5) : lorsque la dureté de la pièce à grenailier augmente, la profondeur précontrainte diminue et la valeur de la précontrainte maximale augmente (résultats analogues à (a) ce qui est normal).
- La dureté d'un matériau n'est pas le seul critère (fig. 6) : sur des aciers de duretés égales, on peut obtenir des répartitions de contraintes différentes (dus probablement à des mécanismes d'écroutissage différents).
- Influence des conditions de grenailage (fig. 7) : la profondeur précontrainte augmente avec l'intensité du grenailage, mais la valeur de la précontrainte maximale n'augmente pas sensiblement.

## METHODE DE LA SOURCE DE CONTRAINTE

C'est pour essayer de simplifier encore le nombre de mesures nécessaires et le calcul des contraintes que le CETIM a été conduit à rechercher une autre méthode, peut-être moins précise au niveau du tracé de la répartition des contraintes, mais suffisamment précise pour donner une bonne idée de l'allure des contraintes résiduelles et un bon ordre de grandeur de la contrainte résiduelle maximale introduite.

Pincipe

La méthode précédente était purement expérimentale. Dans la méthode de la source de contrainte, on fait appel, au contraire, à un modèle théorique qui rend compte du phénomène créateur des contraintes résiduelles. On imagine que les contraintes résiduelles sont engendrées par une source dont la valeur à une cote donnée est représentée par la fonction  $\sigma_0(e)$  (fig. 8a). Cette source de contrainte, introduite dans la pièce par une opération quelconque (soudure, grenailage, traitement thermique...), produit un déséquilibre dans celle-ci. En absence d'efforts extérieurs, la somme des forces et la somme des moments à l'intérieur de l'éprouvette doit donc être nulle. Dans ces conditions, la pièce va se déformer élastiquement de manière à faire apparaître une contrainte normale  $\sigma_n$  répartie de manière homogène sur l'épaisseur qui maintient l'équilibre des efforts normaux et une contrainte normale  $\sigma_f$  répartie linéairement dans l'épaisseur qui maintiendra l'équilibre des moments (fig. 8 b). Ces deux contraintes  $\sigma_n$  et  $\sigma_f$  se déduisent facilement de  $\sigma_0(e)$ . La contrainte résiduelle  $\sigma_e$  dans la pièce peut alors être représentée par la somme suivante :

$$\sigma(e) = \sigma_0(e) + \sigma_n + \sigma_f.$$

En fait la source de contraintes résiduelles  $\sigma_0(e)$  est définie par une fonction de déformation  $\epsilon_0(e)$  telle que :

$$\sigma_0(e) = -E\epsilon_0(e).$$

On voit donc qu'il suffit de trouver un modèle correct de cette loi de déformation pour déterminer la valeur des contraintes résiduelles par la relation :

$$\sigma(e) = \sigma_n(e) + \sigma_f(e) - E\epsilon_0(e).$$

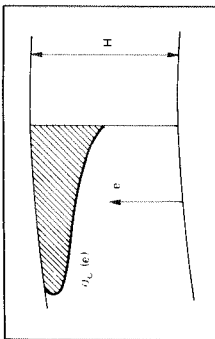


Fig. 8a

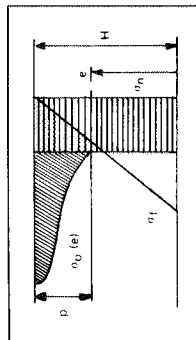
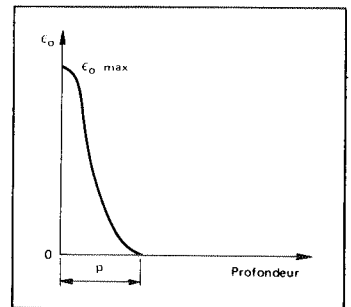


Fig. 8b



8c

A titre d'exemple, dans le cas du grenailage, la loi de déformation  $\varepsilon_0(e)$  peut être assimilée à la déformation plastique vraie produite dans les couches superficielles de la pièce grenailée. Cette déformation plastique vraie diminue lorsque la profondeur à laquelle on se situe augmente. A une profondeur  $p$ , cette déformation plastique est nulle car le matériau n'a plus été déformé par le grenailage (fig. 8 c).

Application à la détermination des contraintes résiduelles engendrées par grenailage

Dans le cas des essais réalisés au CETIM à propos du grenailage de précontrainte, on a utilisé comme modèle théorique de la fonction de déformation la fonction suivante :

$$\varepsilon_0(e) = \varepsilon_0 \max. \cos \left[ \frac{\pi \left( e - \frac{H}{2} - \alpha p \right)}{2p} \right]$$

dans laquelle :

$e$  est la cote à laquelle on se situe dans la pièce,

$p$  la profondeur du matériau perturbé par le traitement créateur de contrainte résiduelle,

$H$  l'épaisseur totale de l'éprouvette,

$\alpha$  un coefficient qui dépend du matériau grenailé.

Dans le cas du grenailage, l'effet de la source de contrainte se traduit par la flèche  $f$ , prise par l'éprouvette après grenailage entre deux appuis distants de 1 mm. Les lois classiques de la résistance des matériaux permettent de relier cette flèche  $f$  au modèle par l'intermédiaire de  $\varepsilon_0 \max.$  dont la valeur est alors :

$$\varepsilon_0 \max. = \frac{2 f \pi H}{2 l^2 \beta (1 - 2\beta + 4 \beta/\pi)} \quad \text{où } \beta = \frac{p}{H}.$$

A partir de ce modèle, la valeur de la contrainte résiduelle engendrée par grenailage dans une éprouvette d'épaisseur  $H$ , qui présente après l'opération une flèche  $f$  et une profondeur de métal plastifié  $p$ , se calcule à partir de la formule :

$$\sigma(e) = E \varepsilon_0 \max. \left[ \frac{12(1 - \alpha) \beta}{\pi H} C_1 \left( e - \frac{H}{2} \right) + \frac{2\beta}{\pi} (1 - \alpha) C_2 - \frac{\varepsilon_0(e)}{\varepsilon_0 \max.} \right]$$

dans laquelle  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes, fonction du rapport  $\beta$  et du coefficient  $\alpha$ .

Le modèle théorique de la fonction  $\varepsilon_0(e)$  ayant été mis au point par comparaisons avec la méthode de mesure purement expérimentale, on voit de suite que la relation ci-dessus permet de calculer rapidement la répartition des contraintes résiduelles à partir des seules mesures suivantes :

- flèche présentée par l'éprouvette après grenailage,
- épaisseur de l'éprouvette,
- profondeur de matériau perturbé par le grenailage.

Enfin, comme pour la méthode expérimentale, on peut à partir de la relation ci-dessus déterminer la répartition de contraintes résiduelles dans une pièce épaisse à partir de la mesure de la flèche effectuée sur une pièce mince.



Il suffit de remplacer dans la formule le rapport  $\beta = p/H$  par le rapport  $\gamma = p/H'$  ou  $H'$  est la nouvelle épaisseur. On obtient ainsi des courbes de répartition de contraintes pour diverses épaisseurs de pièce comme l'indique la figure 9. Le calcul et le tracé sont ici effectués directement par ordinateur. On a indiqué également sur cette figure le tracé de la fonction de déformation  $\varepsilon_0$  ( $\epsilon$ ) pour l'éprouvette considérée. Ce graphique est à comparer avec celui présenté plus haut dans le cas de la méthode purement expérimentale utilisée sur la même éprouvette (figure 3).

Ce modèle étant mis au point, on peut effectuer des tracés similaires pour de grands nombres d'éprouvettes sur lesquelles il suffira de relever l'épaisseur  $H$ , l'épaisseur de métal plastifié  $p$ , la flèche après grenailage  $f$ . De nombreux essais, que nous avons réalisés sur des éprouvettes grenillées, montrent que, pour des aciers  $R > 120 \text{ daN/mm}^2$ , on obtient par cette méthode des valeurs de contraintes résiduelles maximales tout à fait comparables à celle obtenue par la méthode purement expérimentale lorsqu'on pose  $\alpha = 0,25$ . Pour les matériaux à l'état recuit pour lesquels on obtient en général un maximum de la contrainte résiduelle très proche de la surface ou sur la surface, on pose  $\alpha = 0$ . Sur des aciers, la moyenne de l'écart entre les résultats obtenus avec les deux méthodes est de l'ordre de 3,8 % pour la contrainte maximale et 5,7 % pour la contrainte en surface.

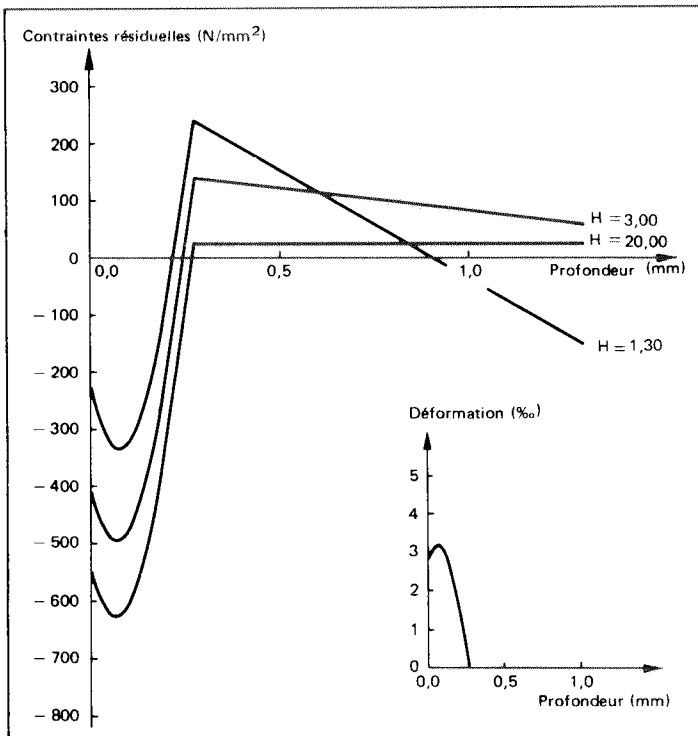


Figure 9. : Répartition des contraintes résiduelles de grenailage dans des pièces de différentes épaisseurs ayant subi un grenailage dans les mêmes conditions.

## PREVISION DES CONTRAINTES RESIDUELLES

On a vu que, par cette méthode de la source de contrainte et à l'aide des 3 seuls paramètres :

- flèche longitudinale,  $f$ ,
- profondeur de métal plastifié,  $p$ ,
- épaisseur de la pièce,  $H$ .

on peut déterminer par un calcul simple la valeur de la contrainte résiduelle à condition de bien choisir le modèle  $\epsilon_0$  ( $e$ ). La valeur maximale de la contrainte résiduelle, qui est la plus intéressante, est gouvernée par les trois paramètres cités plus haut. Cette précontrainte est donnée pour le grenailage par :

$$\sigma_r = \frac{E\epsilon_0}{1-\gamma} \max. \left[ 2\gamma (1-\alpha) \frac{1}{\pi} (3C_1 + C_2) - \cos \frac{\pi\alpha}{2(1-\alpha)} \right]$$

où :

$$\epsilon_0 \max. = \frac{2 H f \pi}{2l^2 \beta (1 - 2\beta + 4 \frac{\beta}{\pi})}$$

$$\beta = \frac{p}{1,3} \text{ et } \gamma = \frac{p}{H}$$

On peut donc tracer des abaques paramètres, en fonction de ces trois facteurs (fig. 10 et 12). La détermination de la contrainte résiduelle maximale obtenue est alors effectuée de la manière suivante :

- 1) Déterminer la flèche longitudinale  $f$  et la profondeur écrouie  $p$  sur une éprouvette mince (de type Almen par exemple,  $H = 1,3$  mm). A noter que cette éprouvette doit être constituée du même matériau que la pièce réelle sur laquelle on désire connaître la contrainte maximale du grenailage.
- 2) A partir de l'abaque de la figure 10 déterminer la déformation  $\epsilon_0 \max.$  à l'aide de la profondeur écrouie et de la flèche de l'éprouvette de type Almen.
- 3) A partir de l'épaisseur de la pièce réelle  $H'$  et de la profondeur plastifiée mesurée en (1) on détermine un rapport de plastification  $\gamma = p/H'$ . L'abaque de la figure 11 donne alors la valeur de la contrainte résiduelle maximale dans cette pièce.

Pour déterminer la valeur de la contrainte résiduelle en surface, on peut utiliser des abaques du même type (nous ne les donnons pas ici pour ne pas alourdir l'exposé).

## CONCLUSION

On a mis au point une méthode de mesure des contraintes résiduelles sur des surfaces planes qui nécessite une mise en oeuvre expérimentale très réduite. On a montré que la souplesse de cette méthode permettait son utilisation dans de très nombreux cas. Sa relative sensibilité permet de caractériser parfaitement l'évolution de la répartition des contraintes résiduelles lorsque les paramètres de traitement se modifient légèrement.

Avec la méthode de la source de contrainte, on a essayé de modéliser le mécanisme de création des contraintes résiduelles et on a trouvé, dans le cas du grenailage, un modèle théorique parfaitement confirmé par l'expérience. L'utilisation d'un tel modèle a permis d'établir des formules simples donnant la valeur de la contrainte résiduelle maximale et de la contrainte résiduelle à la surface avec une très bonne approximation. A partir de ces formules, toujours dans le cas du grenailage, on a établi des abaques qui permettent de connaître directement

ces valeurs à partir des trois seuls paramètres :

- flèche de l'éprouvette après grenailage,
- profondeur de métal plastifié,
- épaisseur de la pièce pour laquelle on veut calculer les contraintes résiduelles.

La méthode de la source de contrainte peut être utilisée pour d'autres traitements superficiels (et d'autres types de contraintes résiduelles) dès qu'on a pu établir un modèle théorique correct de la source de contrainte correspondant au cas considéré.

Fig. 11 : Variation de la déformation plastique maximale introduite par le grenailage en fonction de la profondeur écrouie, pour différentes valeurs de la flèche longitudinale.

- Eprouvette de type Almen A
- Distance entre appuis  $l = 50$  mm.

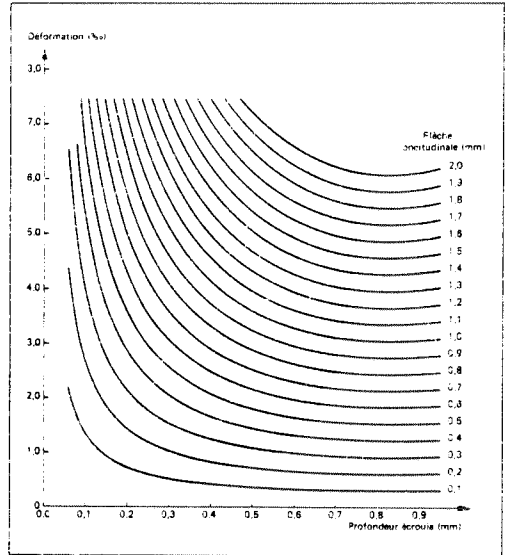
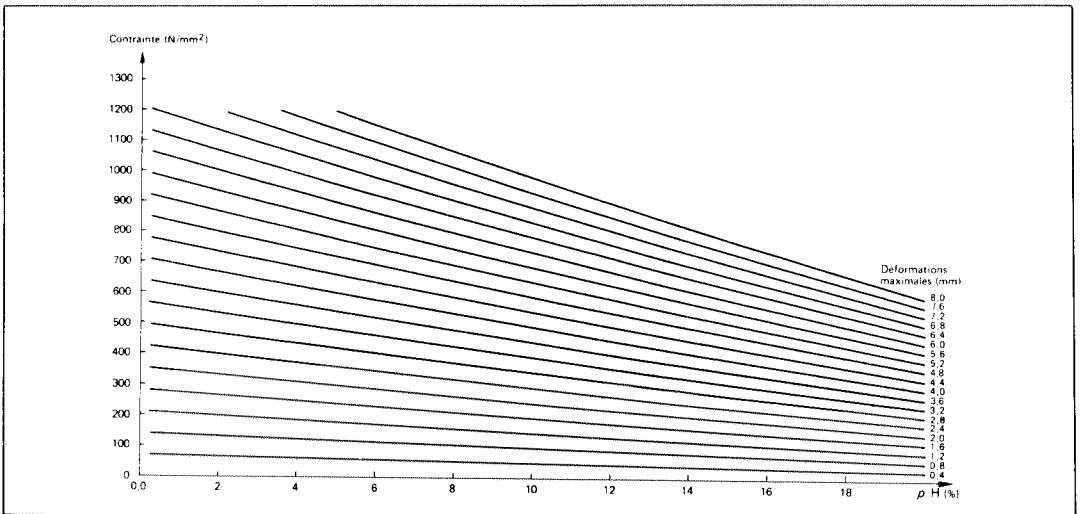


Fig. 12 : Variation de la contrainte maximale introduite par le grenailage en fonction du rapport  $\rho/H$  pour différentes valeurs de la déformation maximale :

- $\rho$  = profondeur écrouie
- $H$  = épaisseur de la pièce



#### BIBLIOGRAPHIE

- 1) MM FLAVENOT et NIKU-LARI : la mesure des contraintes résiduelles, méthode de la flèche, méthode de la source de contraintes. (M.T CETIM n° 31 - SEPT. 77)
- 2) M. A. PEITER : Eigenspannungen 1. Art. - Michael Tritsch Verlag Dusseldorf.